

Schwingungsverhalten auskragender und mit einem Kragplattenanschluss verbundener Balkonplatten

Empfehlung

Aus ästhetischen Gründen sollen Balkone möglichst schlank und stützenfrei geplant und ausgeführt werden, was den hohen statischen Anforderungen entgegensteht und zwangsläufig zu einer Schwingungsanfälligkeit führt. Die menschliche Empfindlichkeit für mechanische Schwingungen ist subjektiv und die Wirkung frequenzabhängig.

Das menschliche Empfinden für mechanische Schwingungen hängt neben der Frequenz von einer Vielzahl von Faktoren auch außerhalb des Schwingungssystems ab. Für die Schwingungsbegrenzung von auskragenden und mit einem Kragplattenanschluss verbundenen Balkonplatten gibt es keine normativen Regelungen oder Empfehlungen aus Fachliteratur. Aus diesem Grund wurden, basierend auf den Angaben in der Literatur [3], umfangreiche Berechnungen für die Annahme „langsameres Gehen“ und „langsameres Hüpfen“ durchgeführt [1].

Basierend auf diesen Ergebnissen wird eine Begrenzung der ersten Eigenfrequenz des Systems auf $\geq 7,5$ Hz empfohlen. Diese Empfehlung ist konservativ, da u.a. eine Dämpfung nicht berücksichtigt wurde.

Diese Empfehlung ist produktabhängig, basiert auf den durchgeführten Untersuchungen und gilt daher ausschließlich für Kragplattenanschlüsse folgender Hersteller:



BUILDING
COMMON GROUND



1 Einleitung

Im modernen Hochbau sind Balkone ein fester und erwarteter Bestandteil. Da es sich dabei um zusätzliche Wohn- und Nutzfläche handelt, sollen die heutigen Balkone möglichst lang und weit auskragend sein. Gleichzeitig wird erwartet, dass die Balkone aus ästhetischen Gründen möglichst schlank und stützenfrei geplant und ausgeführt werden, was den hohen statischen Anforderungen entgegensteht und zwangsläufig zu einer Schwingungsanfälligkeit führt. Erschwerend kommt hinzu, dass aufgrund architektonischer Details und bauphysikalischer Anforderungen kaum Platz für einen aus schwingungstechnischer Sicht ausreichenden Anschluss des Balkons an das Gebäude vorhanden ist.

Heute werden üblicherweise vorgefertigte Kragplattenanschlüsse (KPA) verwendet. Diese Anschlüsse bestehen aus Zug-, Druck- und Schubelementen und einer Wärmedämmung. Gegenüber der Stahlbetonplatte des Balkons und der Stahlbetondecke des Gebäudes weisen Kragplattenanschlüsse eine wesentlich geringere Steifigkeit auf. Werden die auf Schlankheitsbetrachtungen gemäß EC2 empfohlenen maximalen Auskragungslänge (z.B. 2,0 – 2,2m für eine Plattendicke von 20 cm) eingehalten, ist das Schwingungsrisiko gering. Größere Auskragungen können sich jedoch auf das Schwingverhalten auswirken und somit die Gebrauchstauglichkeit infrage stellen (vgl. Ziegler [9]). Bei der Planung und Bemessung insbesondere von weitauskragenden Balkonen und den zugehörigen KPA sind daher nicht nur die Tragsicherheit und die Anforderungen an die Verformungen zu prüfen und einzuhalten, sondern es muss auch untersucht werden, inwiefern sich personeninduzierte Schwingungen auf die Gebrauchstauglichkeit auswirken. Da in den derzeit gültigen und relevanten technischen Regelwerken nur wenige Anforderungen zu den obigen Fragestellungen enthalten sind, wurde der Bedarf zu näheren Untersuchungen des Schwingungsverhaltens auskragender und mit einem KPA verbundener Balkonplatten gesehen.

Die vorliegende Bewertung und Berechnungen beinhalten o.g. Untersuchungen an einem vereinfachten analytischen Modell. Hierbei wurde das Schwingungsverhalten eines mit einer Drehfeder eingespannten Kragbalkens mit gleichmäßig verteilter Masse untersucht. Das System wurde mit verschiedenen, für einen Balkon typischen Lastszenarien (impulsartige und periodische), wie sie beispielsweise durch Gehen oder Hüpfen entstehen, belastet. Sowohl die Auskragungslänge und die Dicke der Balkonplatte als auch die Arbeitslinien der Federn wurden hierzu variiert. Die jeweils auftretenden maximalen Verschiebungen am Kragarmende sowie die maximalen Schwinggeschwindigkeiten und -beschleunigungen am Ort des Kraftangriffes wurden ausgewertet und grafisch aufbereitet.

Die mathematischen und physikalischen Hintergründe werden in Abschnitt 2 erläutert. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Abschnitt 3 zusammengestellt.

2 Analytisches Modell und Lösung der Differentialgleichung

Das analytische Modell nach Ziegler [9] sieht einen mit einer Drehfeder eingespannten, auskragenden Stab vor, wie er in Abb. 1 skizziert ist.

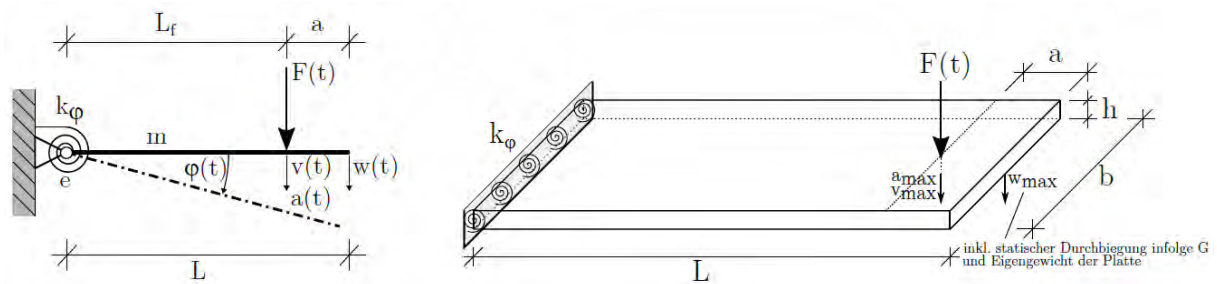


Abb. 1: Analytisches Modell mit allen Systemgrößen

Es handelt sich um einen Schwinger mit einem Freiheitsgrad, der eine rotatorische Schwingung um die Einspannstelle (Punkt „e“ nach Abb. 1) ausführt. Die zugehörige Bewegungsgleichung lautet:

$$\ddot{\varphi}(t) + \frac{c_{\varphi}}{I_{\Theta}} \cdot \dot{\varphi}(t) + \frac{k_{\varphi}}{I_{\Theta}} \cdot \varphi(t) = \frac{F(t) \cdot L_f}{I_{\Theta}} \quad (1)$$

Damit ergibt sich für die Eigenfrequenz:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{\varphi}}{I_{\Theta}}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{\varphi}}{\frac{M \cdot L^2}{3}}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot k_{\varphi}}{L^3 \cdot A \cdot \rho}} \quad (2)$$

Die Systemgrößen sind in Tab. 1 zusammengefasst.

Für die Belastung $F(t)$ kommt eine periodische Reihenentwicklung nach Bachmann et al. [3] zum Ansatz, die mit $G = 0,8 \text{ kN}$ allgemein wie folgt definiert ist:

$$F(t) = G + \sum_i G \cdot \alpha_i \cdot \sin(2\pi f_p \cdot t - \phi_i) \quad (3)$$

In den vorliegenden Berechnungen werden die Belastungen „langsames Gehen“ und „langsames Hüpfen“ durch einsetzen der folgenden Werte in Gl. (3) angenommen.

- Langsames Gehen: $\alpha_1 = 0,4; \alpha_2 = \alpha_3 = 0,1; \phi_2 = \phi_3 = \pi/2; f_p = 2\text{Hz}$
- Langsames Hüpfen: $\alpha_1 = 1,8; \alpha_2 = 1,3; \alpha_3 = 0,7; \phi_2 = \phi_3 = \pi(1 - f_p t_p); f_p = 2\text{Hz}$

Bezeichnung	Beschreibung
L	Gesamtlänge des Stabes
A	Querschnittsfläche des Stabes
ρ	Dichte des Stabmaterials
$M = L \cdot A \cdot \rho$	Masse des Stabes
k_φ	Drehfedersteifigkeit
$I_\Theta = \frac{M \cdot L^2}{3}$	Massenträgheitsmoment des Stabes bzgl. der Einspannstelle
$\delta = \frac{c_\varphi}{2 \cdot I_\Theta}$	Abklingkonstante
$D = \frac{\delta}{\omega}$	Dämpfungsgrad (Lehr'sches Dämpfungsmaß)

Tab. 1: Zusammenfassung der Systemgrößen

Durch einsetzen von (3) in (1) und anschließender Lösung der Differentialgleichung ergibt sich die zeitabhängige Verdrehung des Stabes:

$$\varphi(t) = \left(A \cdot \sin(\varpi t) + B \cdot \cos(\varpi t) \right) \cdot e^{-\delta t} + \frac{G \cdot L_F}{k_\varphi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G \cdot L_F \cdot \alpha_i}{k_\varphi} \cdot \frac{1}{(1 - \beta_n^2) + (2D\beta_n)^2} \cdot \left((1 - \beta_n^2) \cdot \sin(\Omega_n t - \phi_i) - 2D\beta_n \cdot \cos(\Omega_n t - \phi_i) \right) \quad (4)$$

Hierin sind Ω_n die Kreisfrequenz der Anregung, $\beta_n = n \cdot \Omega_n / \omega$ das Verhältnis der n-ten Anregungskreisfrequenz zur Eigenkreisfrequenz des Schwingers und $\varpi = \omega \cdot \sqrt{1 - D^2}$ die Eigenkreisfrequenz der gedämpften Schwingung. Die Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung ergeben sich zu:

$$\dot{\varphi}(t) = \varpi \cdot \left(A \cdot \cos(\varpi t) - B \cdot \sin(\varpi t) \right) \cdot e^{-\delta t} - \delta \cdot \left(A \cdot \sin(\varpi t) + B \cdot \cos(\varpi t) \right) \cdot e^{-\delta t} + \frac{G \cdot L_F}{k_\varphi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G \cdot L_F \cdot \alpha_i}{k_\varphi} \cdot \frac{\Omega_n}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2D\beta_n)^2} \cdot \left((1 - \beta_n^2) \cdot \cos(\Omega_n t - \phi_i) + 2D\beta_n \cdot \sin(\Omega_n t - \phi_i) \right) \quad (5)$$

und

$$\ddot{\phi}(t) = (-\varpi^2 - \delta^2) \cdot (A \cdot \sin(\varpi t) + B \cdot \cos(\varpi t)) \cdot e^{-\delta t} - 2\delta\varpi \cdot (A \cdot \cos(\varpi t) - B \cdot \sin(\varpi t)) \cdot e^{-\delta t} + \frac{G \cdot L_F}{k_\varphi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G \cdot L_F \cdot \alpha_i}{k_\varphi} - 2\delta\varpi \cdot (A \cdot \cos(\varpi t) - B \cdot \sin(\varpi t)) \cdot e^{-\delta t} + \frac{G \cdot L_F}{k_\varphi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G \cdot L_F \cdot \alpha_i}{k_\varphi} \quad (6)$$

Unter der Annahme, dass die Anfangsverdrehung und die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null sind, bestimmen sich die Koeffizienten B und A zu:

$$B = -\frac{G \cdot L_F}{k_\varphi} - \sum_{i=1}^n \frac{G \cdot L_F \cdot \alpha_i}{k_\varphi} \cdot \frac{1}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2D\beta_n)^2} \cdot \left((1 - \beta_n^2) \cdot \sin(-\phi_i) - 2D\beta_n \cdot \cos(-\phi_i) \right) \quad (7)$$

und

$$A = -\frac{\delta \cdot B}{\varpi} - \sum_{i=1}^n \frac{G \cdot L_F \cdot \alpha_i}{k_\varphi \cdot \varpi} \cdot \frac{\Omega_n}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2D\beta_n)^2} \cdot \left((1 - \beta_n^2) \cdot \cos(-\phi_i) + 2D\beta_n \cdot \sin(-\phi_i) \right) \quad (8)$$

Die aus den Gleichungen (4), (5) und (6) resultierenden Zeitverläufe der Verschiebung $\omega(t)$, der Schwinggeschwindigkeit $v(t)$ sowie der Schwingbeschleunigung $a(t)$ gemäß Abb. 1 lassen sich unter Ansatz einer Kleinwinkelnäherung durch Multiplikation mit der Gesamtlänge L (für $\omega(t)$) und des Hebelarmes L_F der Belastung (für $v(t)$ und $a(t)$) errechnen. Die im Zeitverlauf auftretenden Maxima $\omega_{\max} = \max\{\omega(t)\}$, $v_{\max} = \max\{v(t)\}$ und $a_{\max} = \max\{a(t)\}$ werden numerisch bestimmt.

3 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden exemplarisch Ergebnisse der Berechnungen zum analytischen Modell gemäß Abschnitt 2 zusammengefasst und grafisch aufbereitet. Entsprechend der vorstehenden Ausführungen erfolgt die Berechnung für die zuvor erläuterten Belastungen „langsames Gehen“ und „langsames Hüpfen“.

Die Berechnungen umfassen die folgenden Parameter:

- Kraglänge $1,5 \text{ m} \leq L \leq 3,5 \text{ m}$
- Breite des Stabquerschnittes $b = 3,0 \text{ m}$
- Abstand der Belastung vom freien Rand $a = 0,4 \text{ m}$
- Plattendicken $h = 0,16 / 0,20 / 0,25 \text{ m}$
- Verschiedene, produktabhängige Drehfedersteifigkeiten in Abhängigkeit der untersuchten Systeme

Die Berechnung erfolgt prinzipiell ungedämpft. Empfehlungen einer Frequenzbewertung der Schwingbeschleunigungen sind in VDI 2057 [8] mit Bezug auf ISO 2631-1 [5] enthalten. In DIN 4150-2 [4] wird eine Frequenzbewertung der Schwinggeschwindigkeit empfohlen. Berücksichtigt man beide Regelungen ist bis ca. 10 Hz die Beschleunigung, darüber die Geschwindigkeit maßgebend. Echte Grenzwerte existieren jedoch nicht, da das menschliche Empfinden für mechanische Schwingungen subjektiv und ferner die Wirkung auf den Menschen frequenzabhängig ist.

Bachmann et al. [3] geben eine Orientierung zur menschlichen Wahrnehmung von Schwingungseffekten an (siehe Tab. 2). Der Übergang von der Beschleunigungsgrenze zur Geschwindigkeitsgrenze bei 10 Hz ist auch hier enthalten.

Beschreibung	Frequenzbereich 1 ... 10 Hz Maximum der Beschleunigung [mm/s ²]	Frequenzbereich 10 ... 100 Hz Maximum der Geschwindigkeit [mm/s]
gerade wahrnehmbar	34	0,5
deutlich wahrnehmbar	100	1,3
störend, unangenehm	550	6,8
intolerabel, unerträglich	1800	13,8

Tab. 2: Grenzwerte für maximal auftretende Schwinggeschwindigkeiten und -beschleunigungen, nach [3]

Für die durchgeführten Untersuchungen wurde die Grenze für intolerables Empfinden gewählt. Abb. 2 zeigt den prinzipiellen Verlauf der Ergebnisse. Oberhalb von 10 Hz ist die Geschwindigkeit maßgebend. Die geringfügigen Überschreitungen werden als akzeptabel angesehen. Unterhalb von 10 Hz ist die Beschleunigung maßgebend, wobei die Werte mit zunehmender Kraglänge ansteigen. Für langsames Hüpfen wird der Grenzwert bei ca. 7,0 – 7,5 Hz überschritten. Für langsames Gehen liegt die Grenzfrequenz bei ca. 6,0 – 6,5 Hz. Diese Verläufe und Grenzfrequenzen wurden bei allen Untersuchungen festgestellt.

Zur Untersuchung des Einflusses einer Dämpfung wurde konservativ ein kleiner Wert von 2% angesetzt. Die Ergebnisse unterscheiden sich prinzipiell nicht von den Ergebnissen ohne Dämpfung. Die oben genannten Grenzfrequenzen verringern sich um ca. 1 Hz. Die Ergebnisse sind in Abb. 3 dargestellt.

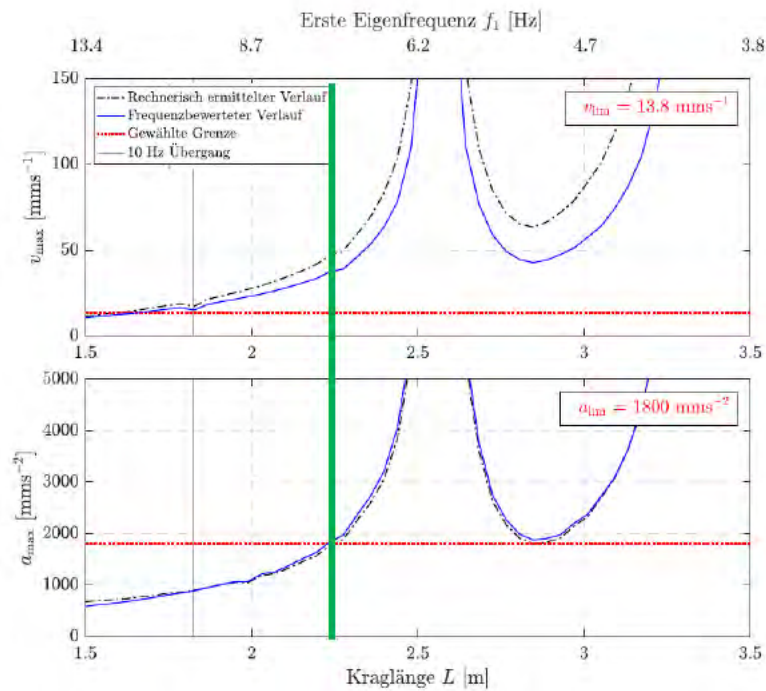


Abb. 2: Prinzipielle Ergebnisse für kleine Drehfedersteifigkeit, $h = 0,25 \text{ m}$, Dämpfung $D = 0$, langsames Hüpfen

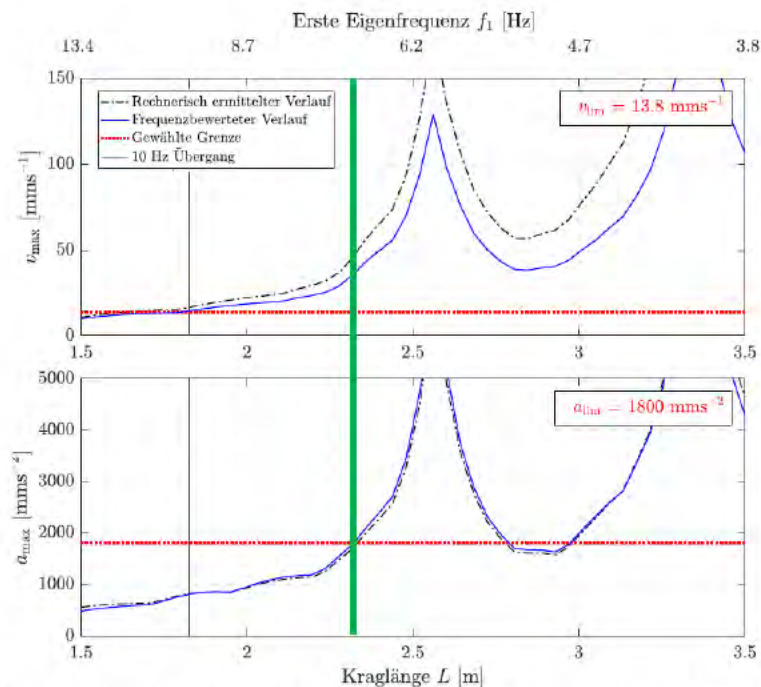


Abb. 3: Prinzipielle Ergebnisse für kleine Drehfedersteifigkeit, $h = 0,25 \text{ m}$, Dämpfung $D = 2\%$, langsames Hüpfen

Basierend auf diesen Ergebnissen wird eine Begrenzung der ersten Eigenfrequenz des Systems auf $\geq 7,5$ Hz empfohlen. Diese Empfehlung ist konservativ, da u.a. eine Dämpfung nicht berücksichtigt wurde.

4 Literatur

- [1] TU München, Lehrstuhl für Massivbau: Schwingungsverhalten auskragender und mit einem Kragplattenanschluss verbundener Balkonplatten. Kurzbericht und Darstellung der Ergebnisse, Okt. 2018, nicht veröffentlicht.
- [2] Bachmann, H. und W. Ammann (1987): Vibrations in structures: induced by man and machines. Structural engineering documents. International Association for Bridge and Structural Engineering.
- [3] Bachmann, H.; W. J. Ammann; F. Deischi; J. Eisenmann; I. Floegl; G. H. Hirsch; G. K. Klein; G. J. Lande; O. Mahrenholtz; H. G. Natke; H. Nussbaumer; A. J. Pretlove; J. H. Rainer; E.-U. Saemann und L. Steinbeisser (1995): Vibration Problems in Structures. Birkhäuser Basel. doi:10.1007/978-3-0348-9231-5.
- [4] DIN 4150-2:1999-06 (1999): Erschütterungen im Bauwesen - Teil 2: Einwirkungen auf Menschen in Gebäuden.
- [5] ISO 2631-1:1997-05 (1997): Mechanische Schwingungen und Stöße - Bewertung der Einwirkung von Ganzkörper-Schwingungen auf den Menschen - Teil 1: Allgemeine Anforderungen.
- [6] Sahnaci, C. (2013): Menscheninduzierte Einwirkungen auf Tragwerke infolge der Lokomotionsformen Gehen und Rennen: Analyse und Modellierung. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum.
- [7] Seiler, C. und S. Hüttner (2004): Ein einheitliches Modell zur Beschreibung von Fussgängerlasten für verschiedene Bewegungsarten-Theorie, experimentelle Messungen und praktische Anwendung. In: Bauingenieur, 79: S. 483–496.
- [8] VDI 2057 (2017): Blatt 1 - Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen - Ganzkörper-Schwingungen.
- [9] Ziegler, A. (2017): Schwingende Balkone. In: Bauwerksdynamik und Erschütterungsmessungen, S. 167–177. Springer Fachmedien Wiesbaden. doi:10.1007/978-3-658-16054-8_7.